

VILNIAUS GEDIMINO TECHNIKOS UNIVERSITETAS
STATYBINĖS MECHANIKOS KATEDRA

STATYBINĖS MECHANIKOS NAMŲ DARBAS Nr.3
„Statiškai neišsprendžiamo rėmo (ar sijos) skaičiavimas“

ATLIKO: VARDAS PAVARDĖ..... grupė
TIKRINO

VILNIUS METAI

Registracijos numeris XXXXXXXX

STATYBINĖS MECHANIKOS NAMŲ DARBAS Nr. 3 Statiškai neišsprendžiamo rėmo (ar sijos) skaičiavimas

Darbą atlieka XXXX-XX/X grupės stud. Vardas Pavardė.

Užduotis

Lenkiamai konstrukcijai (plokščiam rėmui ar sijai) reikia:

1. Sprendžiant jėgų metodu, sudaryti konstrukcijos įrašų: lenkimo momentų M , skersinių jėgų V ir ašinių jėgų N (jeigu jos konstrukcijoje veikia) diagramas.

Pastaba. Konstrukcijos schema ir sudarytos M , V ir N diagramos turi būti kartu, viename lape.

2. Atlikti gautų skaičiavimo rezultatų kinematinę ir statinę kontroles.

3. Apskaičiuoti rėmo lanksto bendrąjį poslinkį nuo esamos apkrovos (jei skaičiuojate siją, ieškomo poslinkio vietą ir kryptį suderinti su pratybų dėstytoju).

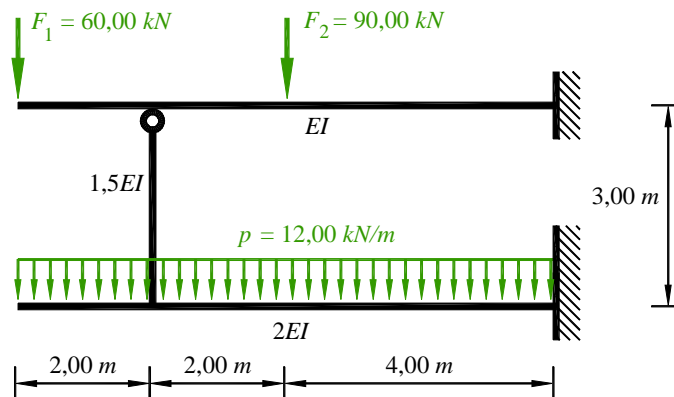
4. Šiai konstrukcijai, sprendžiant poslinkių metodu, sudaryti tikrąją lenkimo momentų M diagramą. Ją palyginti su jėgų metodu sudaryta analogiška diagrama.

Darbą atlikti iki **Metai mėnuo diena**.

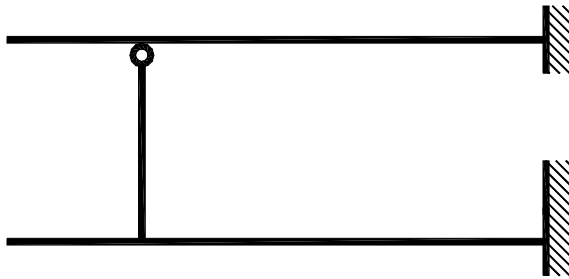
Duomenys:

| | |
|---|--------------------------------|
| Konstrukcijos matmuo | $a = 2,00$ m. |
| Konstrukcijos matmuo | $h = 3,00$ m. |
| Standžių EI_1 , EI_2 ir EI_3 santykis | $EI_1: EI_2: EI_3 = 1:1,5:2$. |
| Paskirstytosios apkrovos dydis | $p = 12,00$ kN/m. |
| Sutelktosios jėgos dydis | $F = 60,00$ kN. |

Schema:



1. APSKAIČIUOJAME STATINIO NEIŠSPRENDŽIAMUMO LAIPSNĮ



$$k = 3K - L;$$

uždarytų kontūrų skaičius $K = 1$;

lankstų skaičius $L = 1$.

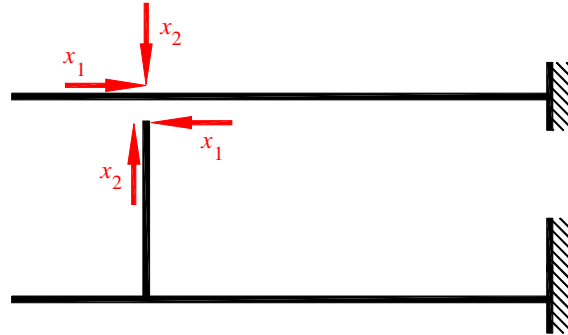
$$k = 3K - L = 3 - 1 = 2.$$

Rėmas yra du kartus statiškai neišsprendžiamas.

2. SUDAROME JĖGŲ METODO KANONINES LYGTIS

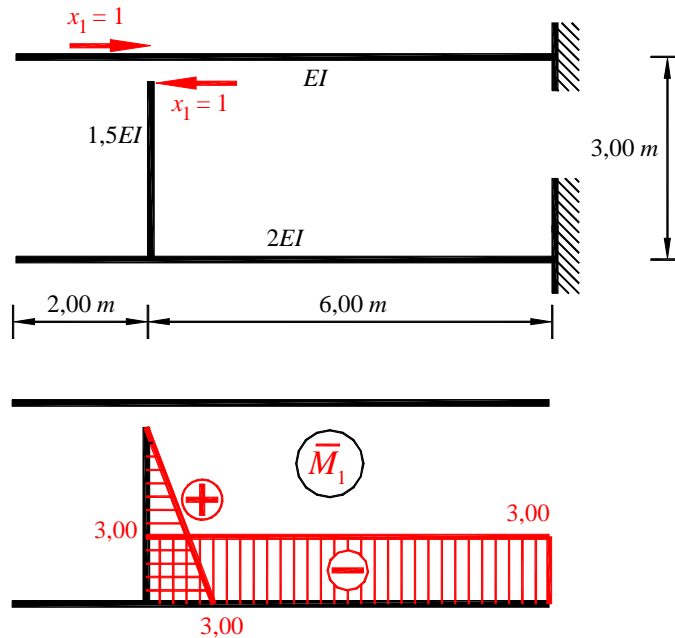
$$\begin{cases} \delta_{11}x_1 + \delta_{12}x_2 + u_{1f} = 0, \\ \delta_{21}x_1 + \delta_{22}x_2 + u_{2f} = 0. \end{cases}$$

3. SUDAROME JĖGŲ METODO PAGRINDINĖ SISTEMA

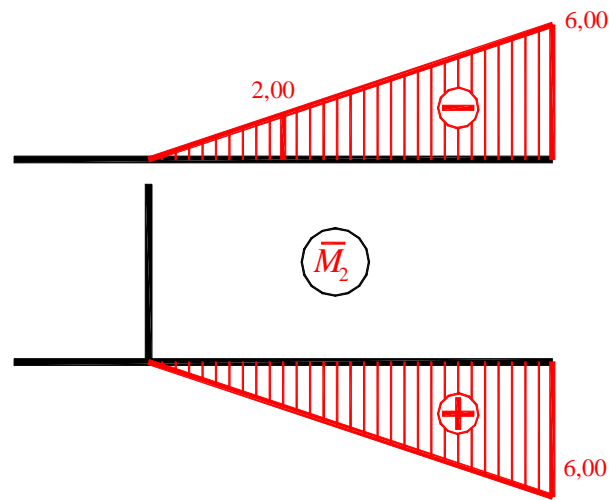
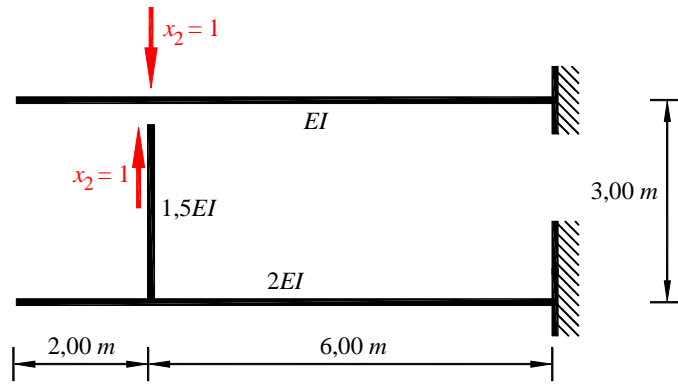


4. PAGRINDINEI SISTEMAI SUDAROME VIENETINES LENKIMO MOMENTŲ DIAGRAMAS

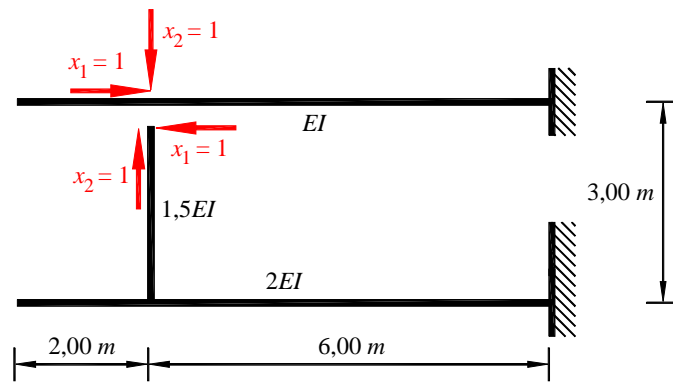
4.1. Nuo $x_1 = 1$

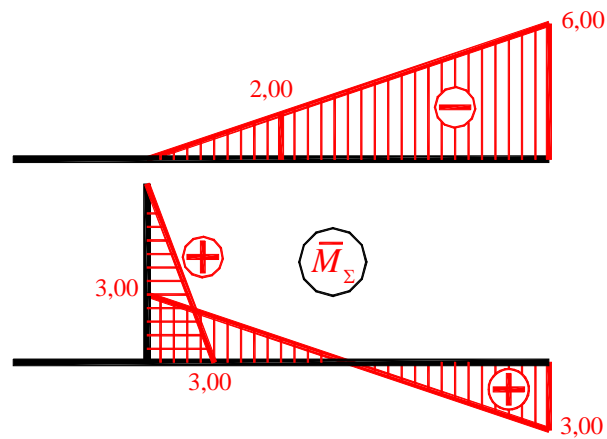


4.2. Nuo $x_2 = 1$

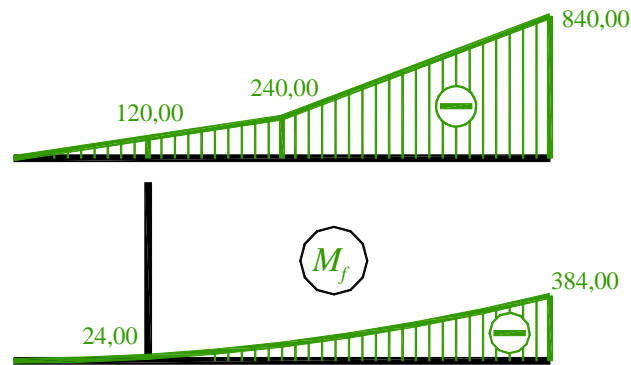
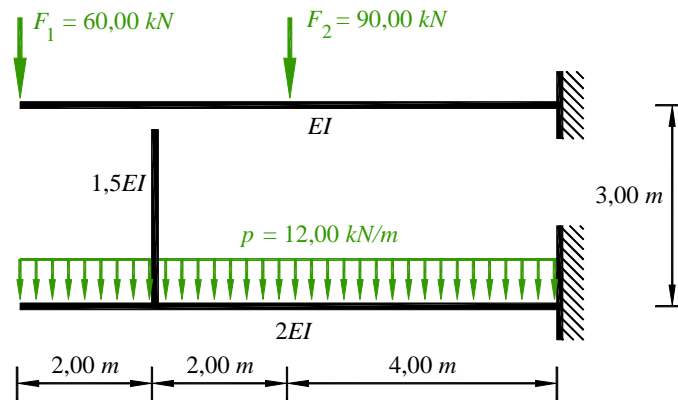


4.3. Nuo $x_1 = 1$ ir $x_2 = 1$





5. PAGRINDINEI SISTEMAI SUDAROME LENKIMO MOMENTŲ DIAGRAMĄ NUO ESAMOS APKROVOS



6. APSKAIČIUOJAME IR PATIKRINAME KANONINIŲ LYGČIŲ KOEFICIENTUS IR LAISVUOSIUS NARIUS

6.1. Apskaičiuojame koeficientą δ_{11} (integruojame M_1 su M_1)

$$\delta_{11} = \underbrace{\frac{1}{1,5EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 3,00 \cdot 3,00 \cdot \frac{2}{3} \cdot 3,00}_{\text{vertikalus strypas}} + \underbrace{\frac{1}{2EI} \cdot (-3,00) \cdot 6,00 \cdot (-3,00)}_{\text{apatinis strypas}} = \frac{33,00}{EI}.$$

6.2. Apskaičiuojame koeficientą δ_{12} (integruojame M_1 su M_2)

$$\delta_{12} = \underbrace{\frac{1}{2EI} \cdot (-3,00) \cdot 6,00 \cdot \frac{1}{2} \cdot 6,00}_{\text{apatinis strypas}} = -\frac{27,00}{EI}.$$

6.3. Apskaičiuojame koeficientą δ_{22} (integruojame M_2 su M_2)

$$\delta_{22} = \frac{1}{EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot (-6,00) \cdot 6,00 \cdot \frac{2}{3} \cdot (-6,00) + \frac{1}{2EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 6,00 \cdot 6,00 \cdot \frac{2}{3} \cdot 6,00 = \frac{108,00}{EI}.$$

viršutinis strypas

apatinis strypas

6.4. Patikriname apskaičiuotus koeficientus (apskaičiuojame $\delta_{\Sigma\Sigma}$ – integruojame M_{Σ} su M_{Σ})

$$\delta_{\Sigma\Sigma} = \frac{1}{EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot (-6,00) \cdot 6,00 \cdot \frac{2}{3} \cdot (-6,00) + \frac{1}{1,5EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 3,00 \cdot 3,00 \cdot \frac{2}{3} \cdot 3,00 + \frac{1}{2EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 3,00 \cdot 3,00 \cdot \frac{2}{3} \cdot 3,00 \cdot 2 = \frac{87,00}{EI}.$$

viršutinis strypas

vertikalus strypas

apatinis strypas

$$\delta_{11} + \delta_{22} + \delta_{12} + \delta_{12} = \frac{33,00}{EI} + \frac{108,00}{EI} - \frac{27,00}{EI} - \frac{27,00}{EI} = \frac{87,00}{EI} = \delta_{\Sigma\Sigma}. \text{ Gerai!}$$

6.5. Apskaičiuojame laisvąjį narį u_{1f} (integruojame M_1 su M_f)

$$u_{1f} = \frac{1}{2EI} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot (-24,00) \cdot 6,00 \cdot (-3,00) + \frac{1}{2} \cdot (-384,00) \cdot 6,00 \cdot (-3,00) + \frac{12,00 \cdot 6,00^3}{12} \cdot (-3,00) \right] = \frac{1512,00}{EI}.$$

apatinis strypas

6.6. Apskaičiuojame laisvąjį narį u_{2f} (integruojame M_2 su M_f)

$$u_{2f} = \frac{1}{2EI} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot (-24,00) \cdot 6,00 \cdot \frac{1}{3} \cdot 6,00 + \frac{1}{2} \cdot (-384,00) \cdot 6,00 \cdot \frac{2}{3} \cdot 6,00 + \frac{12,00 \cdot 6,00^3}{12} \cdot \frac{1}{2} \cdot 6,00 \right] +$$

apatinis strypas

$$+ \frac{1}{EI} \cdot \left\{ \frac{1}{2} \cdot (-120,00) \cdot 2,00 \cdot \frac{1}{3} \cdot (-2,00) + \frac{1}{2} \cdot (-240,00) \cdot 2,00 \cdot \frac{2}{3} \cdot (-2,00) \right\} +$$

viršutinis strypas

$$+ \frac{1}{2} \cdot (-240,00) \cdot 4,00 \cdot \left[\frac{2}{3} \cdot (-2,00) + \frac{1}{3} \cdot (-6,00) \right] + \frac{1}{2} \cdot (-840,00) \cdot 4,00 \cdot \left[\frac{2}{3} \cdot (-6,00) + \frac{1}{3} \cdot (-2,00) \right] \Bigg\} = \frac{7788,00}{EI}.$$

viršutinis strypas

6.7. Patikriname apskaičiuotus laisvuosius narius (apskaičiuojame $u_{\Sigma f}$ – integruojame M_{Σ} su M_f)

$$u_{\Sigma f} = \frac{1}{2EI} \cdot \left\{ \frac{1}{2} \cdot (-24,00) \cdot 6,00 \cdot \left[\frac{2}{3} \cdot (-3,00) + \frac{1}{3} \cdot 3,00 \right] + \frac{1}{2} \cdot (-384,00) \cdot 6,00 \cdot \left[\frac{1}{3} \cdot (-3,00) + \frac{2}{3} \cdot 3,00 \right] \right\} +$$

apatinis strypas

$$+ \frac{12,00 \cdot 6,00^3}{12} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot (-3,00) + \frac{1}{2} \cdot 3,00 \right] \Bigg\} + \frac{1}{EI} \cdot \left\{ \frac{1}{2} \cdot (-120,00) \cdot 2,00 \cdot \frac{1}{3} \cdot (-2,00) + \frac{1}{2} \cdot (-240,00) \cdot 2,00 \cdot \frac{2}{3} \cdot (-2,00) \right\} +$$

apatinis strypas

viršutinis strypas

$$+ \frac{1}{2} \cdot (-240,00) \cdot 4,00 \cdot \left[\frac{1}{3} \cdot (-6,00) + \frac{2}{3} \cdot (-2,00) \right] + \frac{1}{2} \cdot (-840,00) \cdot 4,00 \cdot \left[\frac{2}{3} \cdot (-6,00) + \frac{1}{3} \cdot (-2,00) \right] \Bigg\} = \frac{9300,00}{EI}.$$

viršutinis strypas

$$u_{1f} + u_{2f} = \frac{1512,00}{EI} + \frac{7788,00}{EI} = \frac{9300,00}{EI} = u_{\Sigma f}. \text{ Gerai!}$$

7. IŠSPRENDŽIAME JĖGU METODO KANONINES LYGTIS

Į aukščiau užrašytas lygtis $\begin{cases} \delta_{11}x_1 + \delta_{12}x_2 + u_{1f} = 0, \\ \delta_{21}x_1 + \delta_{22}x_2 + u_{2f} = 0; \end{cases}$ įsistatome apskaičiuotų kanoninių lygčių koeficientų ir

laisvųjų narių reikšmes: $\begin{cases} \frac{33}{EI} \cdot x_1 - \frac{27}{EI} \cdot x_2 + \frac{1512}{EI} = 0, \\ -\frac{27}{EI} \cdot x_1 + \frac{108}{EI} \cdot x_2 + \frac{7788}{EI} = 0. \end{cases}$ Suprastinę iš EI , turėsime

$$\begin{cases} 33x_1 - 27x_2 + 1512 = 0, \\ -27x_1 + 108x_2 + 7788 = 0. \end{cases}$$

Antrąją lygtį dauginame iš $33/27 = 1,222222$

$$\begin{cases} 33x_1 - 27x_2 + 1512 = 0, \\ -33x_1 + 132x_2 + 9518,667 = 0. \end{cases}$$

Sudedame abi lygtis $105x_2 + 11030,667 = 0$.

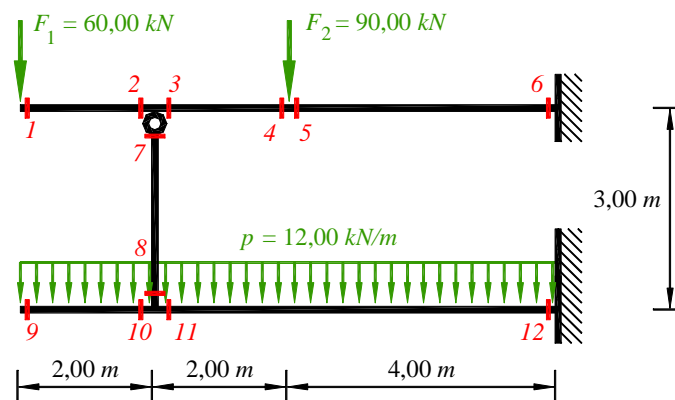
Apskaičiuojame, kad $x_2 = -105,05 \text{ kN}$ bei $x_1 = -131,77 \text{ kN}$.

Patikrinimui įsistatome x_1 ir x_2 reikšmes į kanonines lygtis:

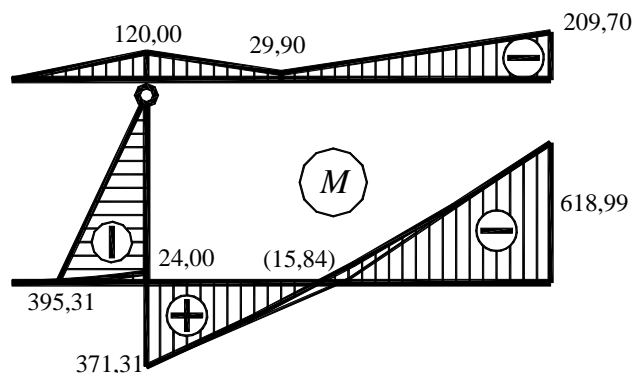
$$\begin{cases} 33 \cdot (-131,77) - 27 \cdot (-105,05) + 1512 = -0,06 \approx 0, \\ -27 \cdot (-131,77) + 108 \cdot (-105,05) + 7788 = 0,39 \approx 0. \end{cases} \quad \text{Gerai!}$$

8. RĖMUI SUDAROME TIKRĄJĄ LENKIMO MOMENTŲ DIAGRAMĄ NUO ESAMOS APKROVOS

$$M = \bar{M}_1 \cdot x_1 + \bar{M}_2 \cdot x_2 + M_f.$$



| Pjūvis | M_1 | M_2 | $M_1 \cdot x_1$ | $M_2 \cdot x_2$ | M_f | M |
|--------|-------|-------|-----------------|-----------------|---------|----------------|
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | -120,00 | -120,00 |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | -120,00 | -120,00 |
| 4 | 0 | -2,00 | 0 | 210,10 | -240,00 | -29,90 |
| 5 | 0 | -2,00 | 0 | 210,10 | -240,00 | -29,90 |
| 6 | 0 | -6,00 | 0 | 630,30 | -840,00 | -209,70 |
| 7 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 8 | 3,00 | 0 | -395,31 | 0 | 0 | -395,31 |
| 9 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 10 | 0 | 0 | 0 | 0 | -24,00 | -24,00 |
| 11 | -3,00 | 0 | 395,31 | 0 | -24,00 | 371,31 |
| 12 | -3,00 | 6,00 | 395,31 | -630,30 | -384,00 | -618,99 |

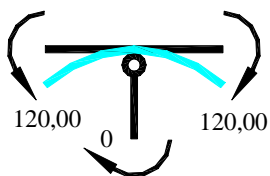


Apskaičiuojame fiktyviasias reikšmes:

$$M_{fik,9-10} = \frac{0 + (-24,00)}{2} + \frac{12,00 \cdot 2,00^2}{4} = 0; \quad M_{fik,11-12} = \frac{371,31 + (-618,99)}{2} + \frac{12,00 \cdot 6,00^2}{4} = -15,84.$$

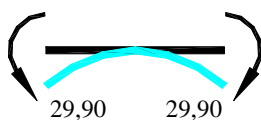
Patikriname, ar mazguose yra momentų pusiausvyra.

Mazge 2-3-7



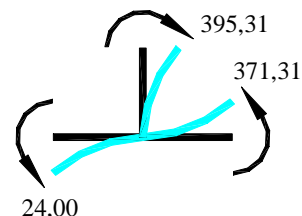
$$\sum M_{mazge} = 0; \\ 120,00 - 120,00 - 0 = 0; \quad \text{Gerai!}$$

Mazge 4-5



$$\sum M_{mazge} = 0; \\ 29,90 - 29,90 = 0; \quad \text{Gerai!}$$

Mazge 8-10-11



$$\sum M_{mazge} = 0; \\ 24,00 + 371,31 - 395,31 = 0; \quad \text{Gerai!}$$

9. ATLIEKAME GAUTOS LENKIMO MOMENTŲ DIAGRAMOS KINEMATINĖ KONTROLE

(integruojame M su M_Σ).

$$u_\Sigma = \frac{1}{2EI} \cdot \left\{ \frac{1}{2} \cdot 371,31 \cdot 6,00 \cdot \left[\frac{2}{3} \cdot (-3,00) + \frac{1}{3} \cdot 3,00 \right] + \frac{1}{2} \cdot (-618,99) \cdot 6,00 \cdot \left[\frac{2}{3} \cdot 3,00 + \frac{1}{3} \cdot (-3,00) \right] \right\} +$$

apatinis strypas

$$+ \frac{12,00 \cdot 6,00^3}{12} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot (-3,00) + \frac{1}{2} \cdot 3,00 \right] + \frac{1}{EI} \left\{ \frac{1}{2} \cdot (-120,00) \cdot 2,00 \cdot \frac{1}{3} \cdot (-2,00) + \frac{1}{2} \cdot (-29,90) \cdot 2,00 \cdot \frac{2}{3} \cdot (-2,00) \right\} +$$

viršutinis strypas

$$+ \frac{1}{2} \cdot (-29,90) \cdot 4,00 \cdot \left[\frac{2}{3} \cdot (-2,00) + \frac{1}{3} \cdot (-6,00) \right] + \frac{1}{2} \cdot (-209,70) \cdot 4,00 \cdot \left[\frac{2}{3} \cdot (-6,00) + \frac{1}{3} \cdot (-2,00) \right] \right\} +$$

apatinis strypas

$$+ \frac{1}{1,5EI} \left[\frac{1}{2} \cdot (-395,31) \cdot 3,00 \cdot \frac{2}{3} \cdot 3,00 \right] = \frac{2276,40}{EI} - \frac{2276,07}{EI} = 0,33 \approx 0. \quad \text{Gerai!}$$

vertikalus strypas

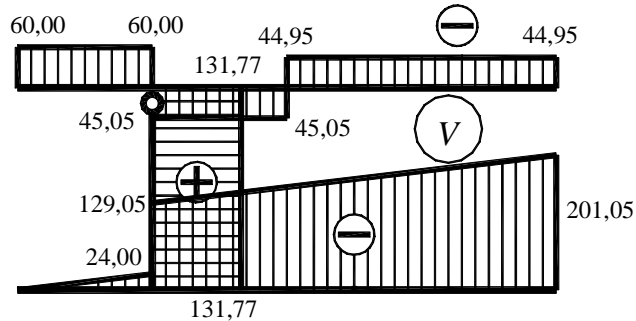
10. 1. APSKAIČIUOJAME TIKRASIAS SKERSINIŲ JĖGŲ REIKŠMES

$$V_{1-2} = -60,00 \text{ kN}; \quad V_{3-4} = \frac{-29,90 - (-120,00)}{2,00} = 45,05 \text{ kN}; \quad V_{5-6} = \frac{-209,70 - (-29,90)}{4,00} = -44,95 \text{ kN};$$

$$V_{7-8} = \frac{0 - (-395,31)}{3,00} = 131,77 \text{ kN}; \quad V_9 = 0 \text{ kN}; \quad V_{10} = -12,00 \cdot 2,00 = -24,00 \text{ kN};$$

$$V_{11} = \frac{-15,84 - 371,31}{3,00} = -129,05 \text{ kN}; \quad V_{12} = \frac{-618,99 - (-15,84)}{3,00} = -201,05 \text{ kN}.$$

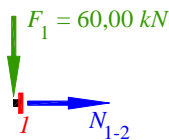
10. 2. SUDAROME TIKRAJĄ SKERSINIŲ JĖGŲ DIAGRAMA



10. 3. APSKAIČIUOJAME TIKRĄSIAS AŠINIŲ JĖGŲ REIKŠMES

Išpjauname mazgus ir nagrinėdami jų pusiausvyrą randame ašines jėgas.

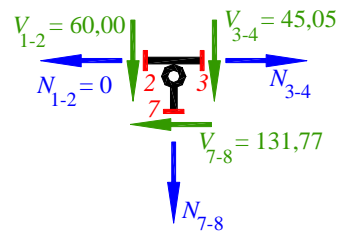
Mazgas 1



$$\sum F_x = 0;$$

$$N_{1-2} = 0;$$

Mazgas 2-3-7



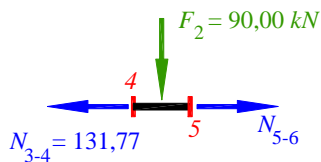
$$\sum F_x = 0;$$

$$N_{3-4} - 131,77 - 0 = 0; \quad N_{3-4} = 131,77 \text{ kN};$$

$$\sum F_y = 0;$$

$$N_{7-8} + 60,00 + 45,05 = 0; \quad N_{7-8} = -105,05 \text{ kN};$$

Mazgas 4-5



$$\sum F_x = 0;$$

$$N_{5-6} - 131,77 = 0; \quad N_{5-6} = 131,77 \text{ kN};$$

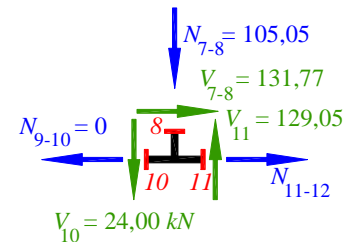
Mazgas 9



$$\sum F_x = 0;$$

$$N_{9-10} = 0;$$

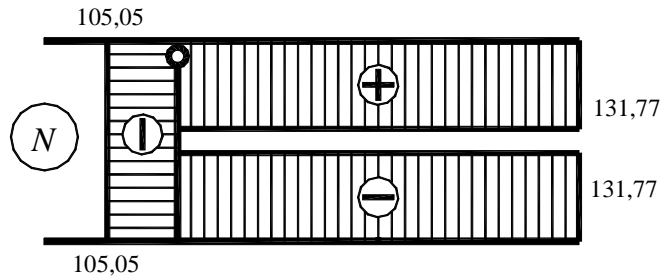
Mazgas 8-10-11



$$\sum F_x = 0;$$

$$N_{11-12} - 0 + 131,77 = 0; \quad N_{11-12} = -131,77 \text{ kN};$$

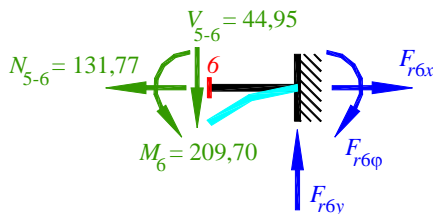
10. 4. SUDAROME TIKRAJĄ AŠINIŲ JĖGŲ DIAGRAMĄ



11. APSKAIČIUOJAME ATRAMINES REAKCIJAS NUO ESAMOS APKROVOS

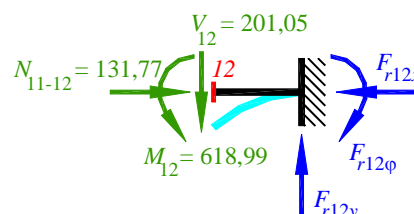
Išpjauname mazgus ir nagrinėdami jų pusiausvyrą randame atramines reakcijas.

Mazgas 6



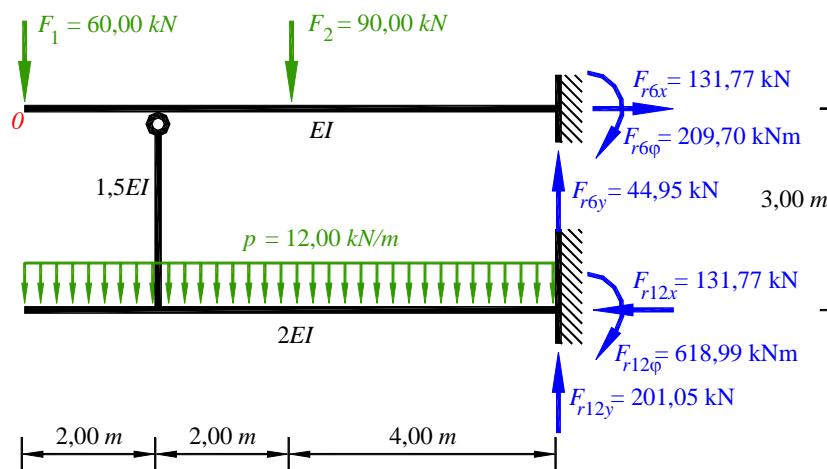
$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0; & F_{r6x} &= 131,77 \text{ kN}; \\ \sum F_y &= 0; & F_{r6y} &= 44,95 \text{ kN}; \\ \sum M_6 &= 0; & F_{r6\phi} &= 209,70 \text{ kN}\cdot\text{m}. \end{aligned}$$

Mazgas 12



$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0; & F_{r12x} &= 131,77 \text{ kN}; \\ \sum F_y &= 0; & F_{r12y} &= 201,05 \text{ kN}; \\ \sum M_{12} &= 0; & F_{r12\phi} &= 618,99 \text{ kN}\cdot\text{m}. \end{aligned}$$

12. SKAIČIAVIMO REZULTATŲ STATINĖ KONTROLĖ



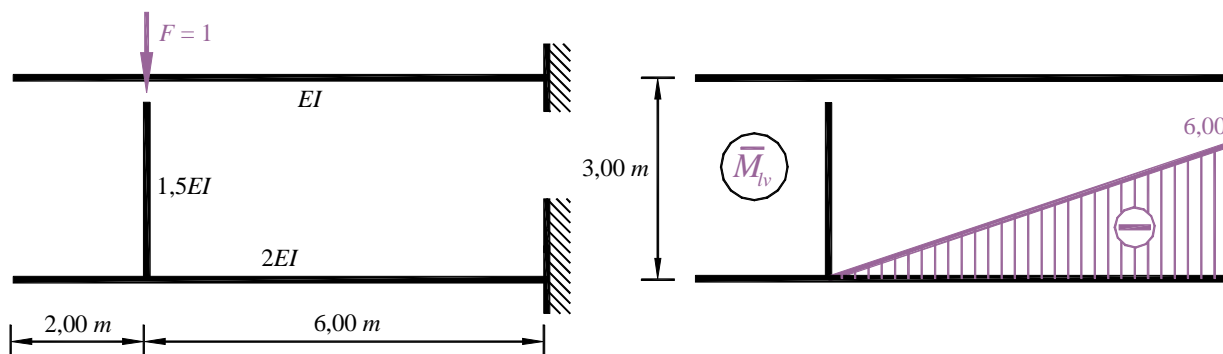
$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0; & 131,77 - 131,77 &= 0; & \text{Gerai!} \\ \sum F_y &= 0; & 60,00 + 90,00 + 12,00 \cdot 8,00 - & & \\ & & & & - 44,95 - 201,05 = \\ & & & & = 246,00 - 246,00 = 0; & \text{Gerai!} \\ \sum M_{12} &= 0; & - 90,00 \cdot 4,00 - 209,70 + 44,95 \cdot 8,00 - & & \\ & & & & - 12,00 \cdot 8,00 \cdot 4,00 - 131,77 \cdot 3,00 - & \\ & & & & - 618,99 + 201,05 \cdot 8,00 = & \\ & & & & = 1968,00 - 1968,00 = 0; & \text{Gerai!} \end{aligned}$$

13. APSKAIČIUOJAME RĖMO LANKSTO VERTIKALŲJĮ POSLINKĮ NUO ESAMOS APKROVOS

Bet kuriai statiškai išsprendžiamai pagrindinei sistemai sudarome tariamąjį būvį: lanksto vietoje pridėdami vertikaliąją vienetinę jėgą (nes ieškome lanksto vertikalojo poslinkio). Nuo šios jėgos sudarome lenkimo momentų diagramą M_{lv} ir ją integruojame su tikrąja M diagrama.

$$u_{lv} = \frac{1}{2EI} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot 371,31 \cdot 6,00 \cdot \frac{1}{3} \cdot (-6,00) + \frac{1}{2} \cdot (-618,99) \cdot 6,00 \cdot \frac{2}{3} \cdot (-6,00) + \frac{12,00 \cdot 6,00^3}{12} \cdot \frac{1}{2} \cdot (-6,00) \right] =$$

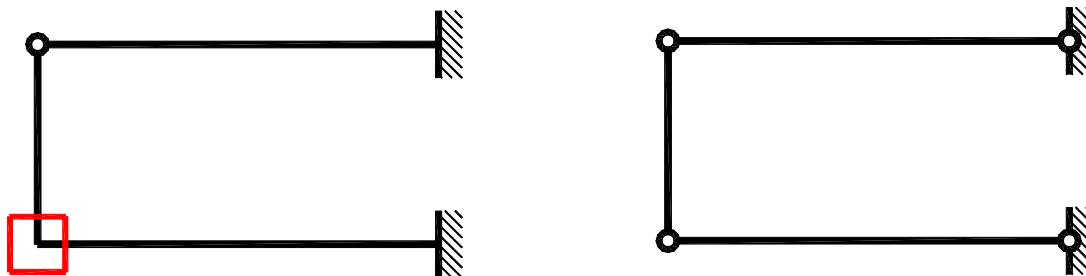
apatinis strypas



$$= \frac{2276,01}{EI} \text{ m. Rėmo lankstas nuo apkrovos pasislinko žemyn per } \frac{2276,01}{EI} \text{ m.}$$

14. APSKAIČIUOJAME KINEMATINIO NEIŠSPRENDŽIAMUMO LAIPSNĮ

Kinematinio neišsprėdžiamumo laipsnį skaičiuojame ignoruodami statiškai išsprėdžiamas rėmo dalis (mūsų atveju gembes).



Jis turi vieną standų mazgą, o jo lankstinės schemas laisvumo laipsnis yra:

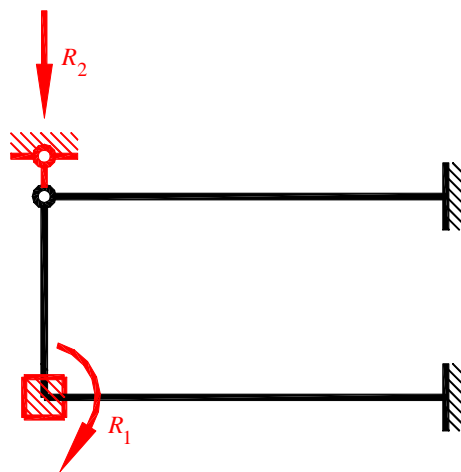
$$LL = -k = -(3 \cdot K - L) = -(3 \cdot 1 - 4) = 1.$$

Kinematinio neišsprėdžiamumo laipsnis $m = 1 + 1 = 2$.

15. SUDAROME POSLINKIŲ METODO KANONINES LYGTIS

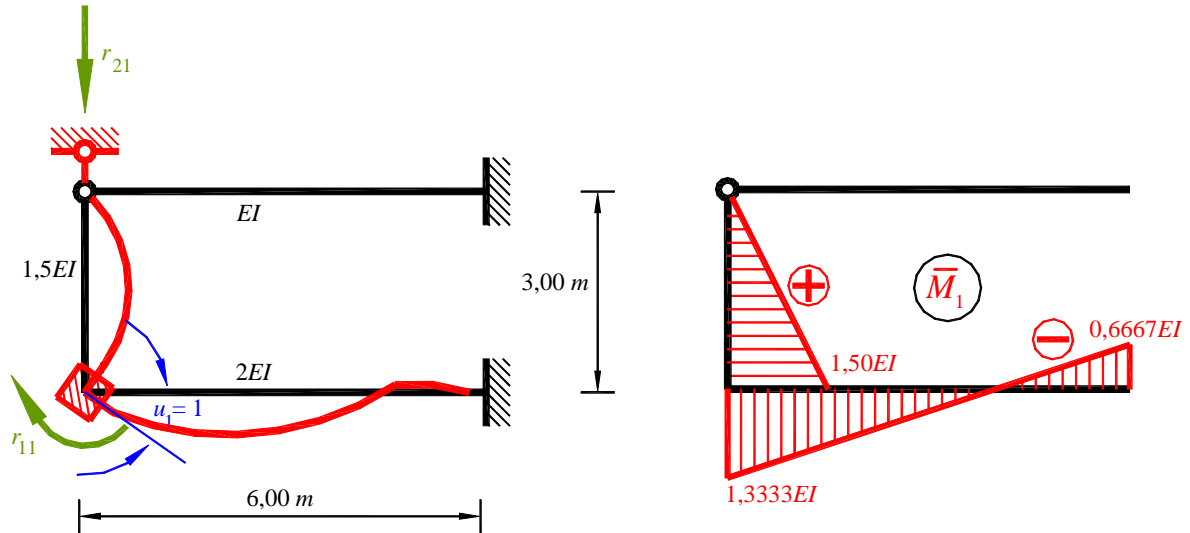
$$\begin{cases} r_{11}u_1 + \delta_{12}u_2 + R_{1f} = 0, \\ \delta_{21}u_1 + \delta_{22}u_2 + R_{2f} = 0. \end{cases}$$

16. SUDAROME POSLINKIŲ METODO PAGRINDINĖ SISTEMĄ



17. POSLINKIU METODO PAGRINDINEI SISTEMAI SUDAROME LENKIMO MOMENTU DIAGRAMAS NUO NEŽI-NOMUJŲ VIENETINIŲ POSLINKIŲ

17.1. Nuo $u_1 = 1$



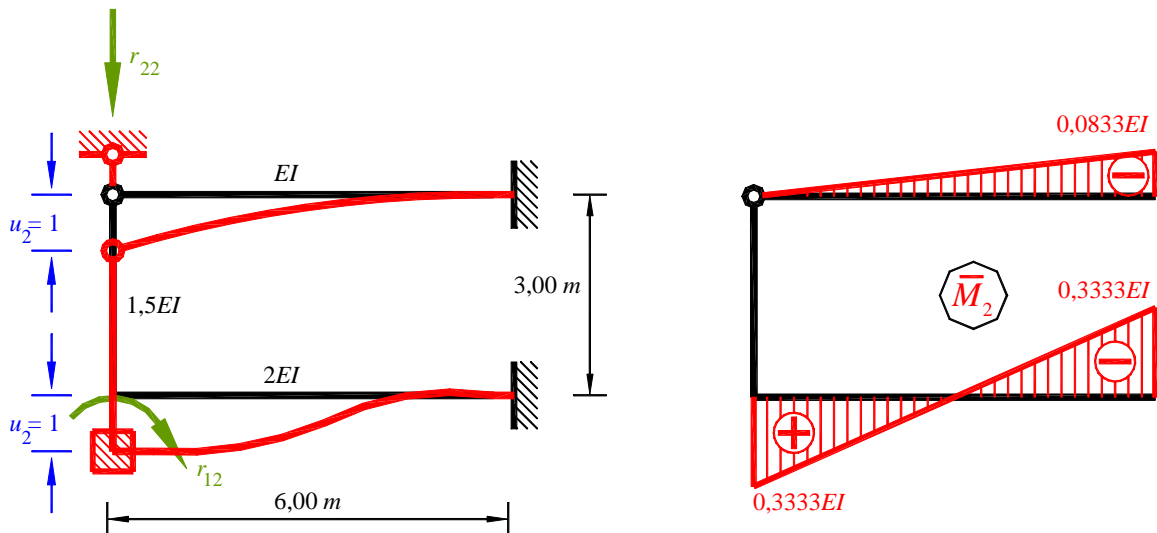
M_1 diagramą apatiniam strypui sudarėme pasinaudoję 1-ja statiškai neišsprendžiamų sijų įrašų ir reakcijų lentele

(1-oji pozicija): $\bar{M}_{1,kair} = \frac{4 \cdot EI}{l} = \frac{4 \cdot 2EI}{6,00} = 1,3333EI$; $\bar{M}_{1,deš} = \frac{2 \cdot EI}{l} = \frac{2 \cdot 2EI}{6,00} = 0,6667EI$. M_1 diagramą vertika-

liam strypui sudarėme pasinaudoję 2-ja statiškai neišsprendžiamų sijų įrašų ir reakcijų lentele (1-oji pozicija):

$$\bar{M}_{1,apač} = \frac{3 \cdot EI}{l} = \frac{3 \cdot 1,5EI}{3,00} = 1,50EI.$$

17.2. Nuo $u_2 = 1$

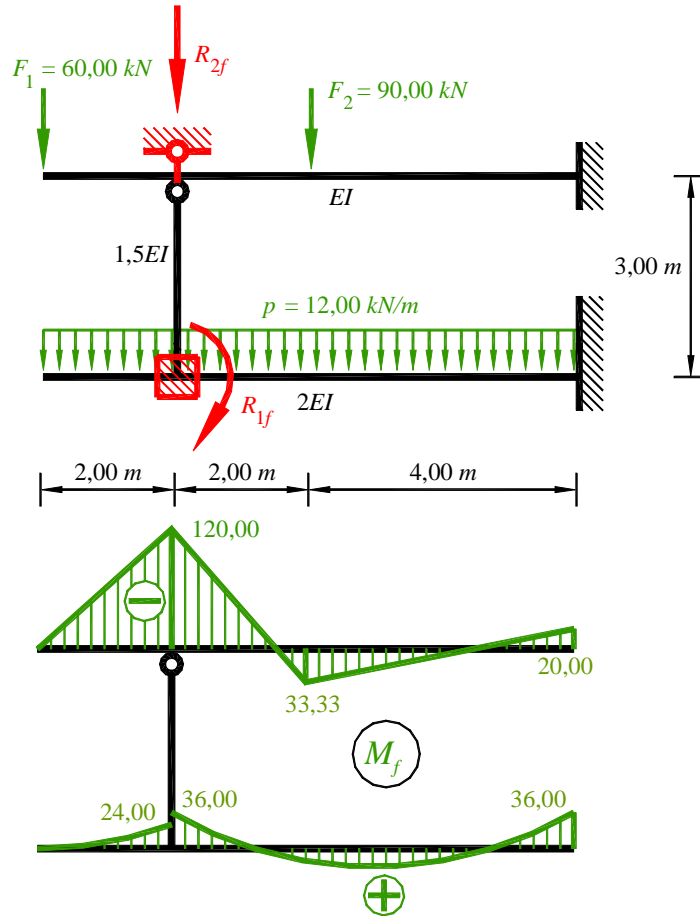


M_2 diagramą apatiniam strypui sudarėme pasinaudoję 1-ja statiškai neišsprendžiamų sijų įrašų ir reakcijų lentele

(2-oji pozicija): $\bar{M}_{2,gale} = \frac{6 \cdot EI}{l^2} = \frac{6 \cdot 2EI}{6,00^2} = 0,3333EI$. M_2 diagramą viršutiniam strypui sudarėme pasinaudoję

2-ja statiškai neišsprendžiamų sijų įrašų ir reakcijų lentele (2-oji pozicija): $\bar{M}_{2,deš} = \frac{3 \cdot EI}{l^2} = \frac{3 \cdot EI}{6,00^2} = 0,0833EI$.

18. POSLINKIU METODO PAGRINDINEI SISTEMAI SUDAROME LENKIMO MOMENTU DIAGRAMA NUO ESAMOS APKROVOS

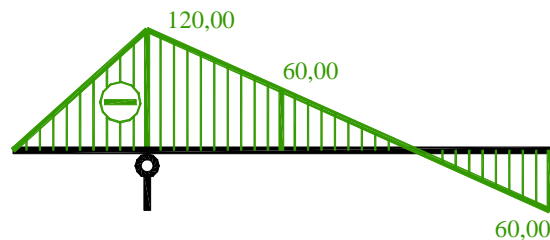


M_f diagramą apatiniam strypui sudarėme pasinaudoję 1-ja statškai neišsprendžiamų sijų įrašų ir reakcijų lentele

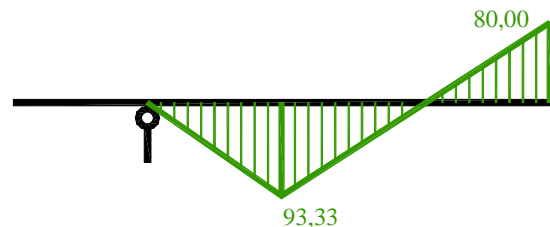
(3-ioji pozicija): $M_{f, krašt} = \frac{p \cdot l^2}{12} = \frac{12,00 \cdot 6,00^2}{12} = 36,00$, o gembėje: $M_{gemb, ap} = \frac{12,00 \cdot 2,00^2}{2} = 24,00$. M_f dia-

gramą viršutiniam strypui sudarėme pasinaudoję 2-ja statškai neišsprendžiamų sijų įrašų ir reakcijų lentele: nuo

jėgos F_1 (kaip nuo momento) – (7a pozicija): $M_{f1} = 60,00 \cdot 2,00 = 120,00$; $M_{f, deš} = \frac{1}{2} \cdot M = \frac{1}{2} \cdot 120,00 = 60,00$;



o nuo jėgos F_2 – (4-oji pozicija): $M_{f, deš} = \frac{4,00 \cdot 2,00}{2 \cdot 6,00^2} \cdot (6,00 + 2,00) \cdot 90 = 80,00$;

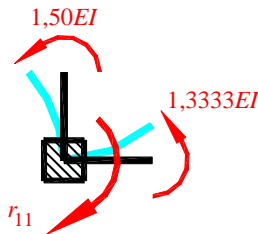


o ties jėga F_2 $M_{f,f_2} = \frac{4,00^2}{2 \cdot 6,00^3} \cdot (2 \cdot 6,00 + 2,00) \cdot 90,00 \cdot 2,00 = 93,33$.

19. APSKAIČIUOJAME POSLINKIŲ METODO KANONINIŲ LYGČIŲ KOEFICIENTUS IR LAISVUOSIUS NARIUS

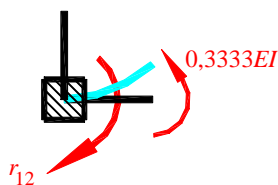
19.1. Apskaičiuojame koeficientą r_{11} (iš M_1 diagramos išpjaujame 1-ąjį ryšį)

$$\Sigma M_{mazge} = 0; \quad 1,50EI + 1,3333EI - r_{11} = 0; \quad r_{11} = 2,8333EI.$$



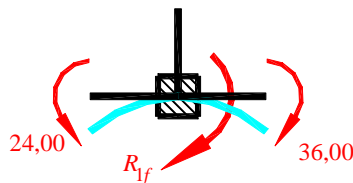
19.2. Apskaičiuojame koeficientą r_{12} (iš M_2 diagramos išpjaujame 1-ąjį ryšį)

$$\Sigma M_{mazge} = 0; \quad 0,3333EI - r_{12} = 0; \quad r_{12} = 0,3333EI.$$



19.3. Apskaičiuojame laisvąjį narį R_{1f} (iš M_f diagramos išpjaujame 1-ąjį ryšį)

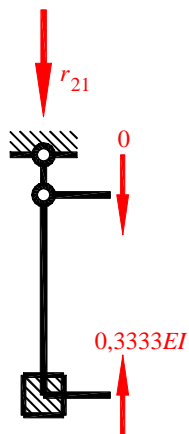
$$\Sigma M_{mazge} = 0; \quad 24,00 - 36,00 - R_{1f} = 0; \quad R_{1f} = -12,00.$$



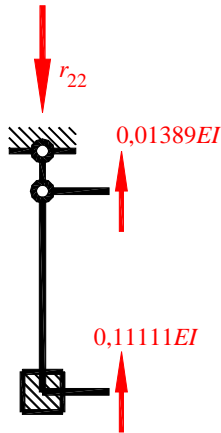
19.4. Apskaičiuojame koeficientą r_{21} (iš M_1 diagramos išpjaujame 2-ąjį ryšį)

$$\Sigma F_y = 0; \quad -0,3333EI + R_{21} = 0; \quad r_{21} = 0,3333EI.$$

Galioja reakcijų ryšio teorema $r_{12} = r_{21} = 0,3333EI$!

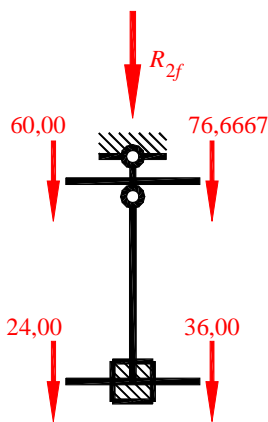


19.5. Apskaičiuojame koeficientą r_{22} (iš M_2 diagramos išpjauname 2-ąjį ryšį)



$$\Sigma F_y = 0; \quad -0,01389EI - 0,11111EI + r_{22} = 0; \quad r_{22} = 0,125EI.$$

19.6. Apskaičiuojame laisvąjį narį R_{2f} (iš M_f diagramos išpjauname 2-ąjį ryšį)



$$\Sigma F_y = 0; \quad 60,00 + 76,6667 + 24,00 + 36,00 + R_{2f} = 0; \quad R_{2f} = -196,6667.$$

20. IŠSPRENDŽIAME POSLINKIŲ METODO KANONINES LYGTIS

Į aukščiau užrašytas lygtis $\begin{cases} r_{11}u_1 + r_{12}u_2 + R_{1f} = 0, \\ r_{21}u_1 + r_{22}u_2 + R_{2f} = 0 \end{cases}$ įsistatome apskaičiuotų kanoninių lygčių koeficientų ir

laisvųjų narių reikšmes: $\begin{cases} 2,8333EI \cdot u_1 + 0,3333EI \cdot u_2 - 12,00 = 0, \\ 0,3333EI \cdot u_1 + 0,125EI \cdot u_2 - 196,6667 = 0. \end{cases}$

Antrąją lygtį dauginame iš $-2,8333/0,3333 = -8,5000$

$$\begin{cases} 2,8333EI \cdot u_1 + 0,3333EI \cdot u_2 - 12,00 = 0, \\ -2,83333EI \cdot u_1 - 1,0625EI \cdot u_2 + 1671,6667 = 0. \end{cases}$$

Sudedame abi lygtis

$$-0,7292EIu_2 + 1659,6667 = 0.$$

Apskaičiuojame, kad $u_2 = 2276,11/EI$ m bei $u_1 = -263,54/EI$ rad.

Patikrinimui įsistatome u_1 ir u_2 reikšmes į kanonines lygtis:

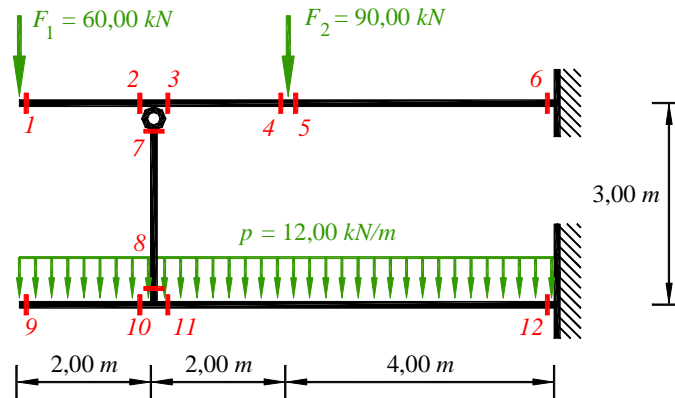
$$\begin{cases} 2,8333EI \cdot \left(-\frac{263,54}{EI}\right) + 0,3333EI \cdot \frac{2276,11}{EI} - 12,00 = 0,015 \approx 0, \\ 0,3333 \cdot \left(-\frac{263,54}{EI}\right) + 0,125EI \cdot \frac{2276,11}{EI} - 196,6667 = 0,0004 \approx 0. \end{cases} \quad \text{Gerai!}$$

Beje, u_2 yra lanksto vertikalus poslinkis. Ir jį esame apskaičiavę (žr. šio darbo 13 dalį: $u = 2276,01/EI$ m).

Rezultatai sutampa!

21. RĖMUI SUDAROME TIKRAJĄ LENKIMO MOMENTŲ DIAGRAMĄ NUO ESAMOS APKROVOS

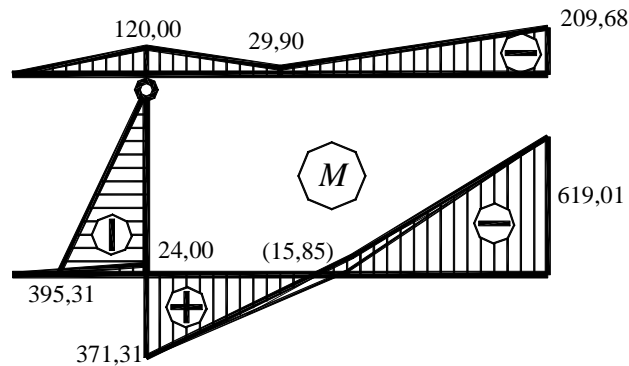
$$M = \bar{M}_1 \cdot u_1 + \bar{M}_2 \cdot u_2 + M_f.$$



| Pjūvis | M_1 | M_2 | $M_1 u_1$ | $M_2 u_2$ | M_f | M | M Jėgų metodu |
|--------|-------------|-------------|-----------|-----------|---------|---------|--------------------|
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | -120,00 | -120,00 | -120,00 |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | -120,00 | -120,00 | -120,00 |
| 4 | 0 | $-0,0278EI$ | 0 | -63,23 | 33,33 | -29,90 | -29,90 |
| 5 | 0 | $-0,0278EI$ | 0 | -63,23 | 33,33 | -29,90 | -29,90 |
| 6 | 0 | $-0,0833EI$ | 0 | -189,68 | -20,00 | -209,68 | -209,70 |
| 7 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 8 | $1,50EI$ | 0 | -395,31 | 0 | 0 | -395,31 | -395,31 |
| 9 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 10 | 0 | 0 | 0 | 0 | -24,00 | -24,00 | -24,00 |
| 11 | $1,3333EI$ | $0,3333EI$ | -351,39 | 758,70 | -36,00 | 371,31 | 371,31 |
| 12 | $-0,6667EI$ | $-0,3333EI$ | 175,69 | -758,70 | -36,00 | -619,01 | -618,99 |

Kaip matome, lenkimo momentų reikšmės apskaičiuotos jėgų metodu ir poslinkių metodu, sutapo!

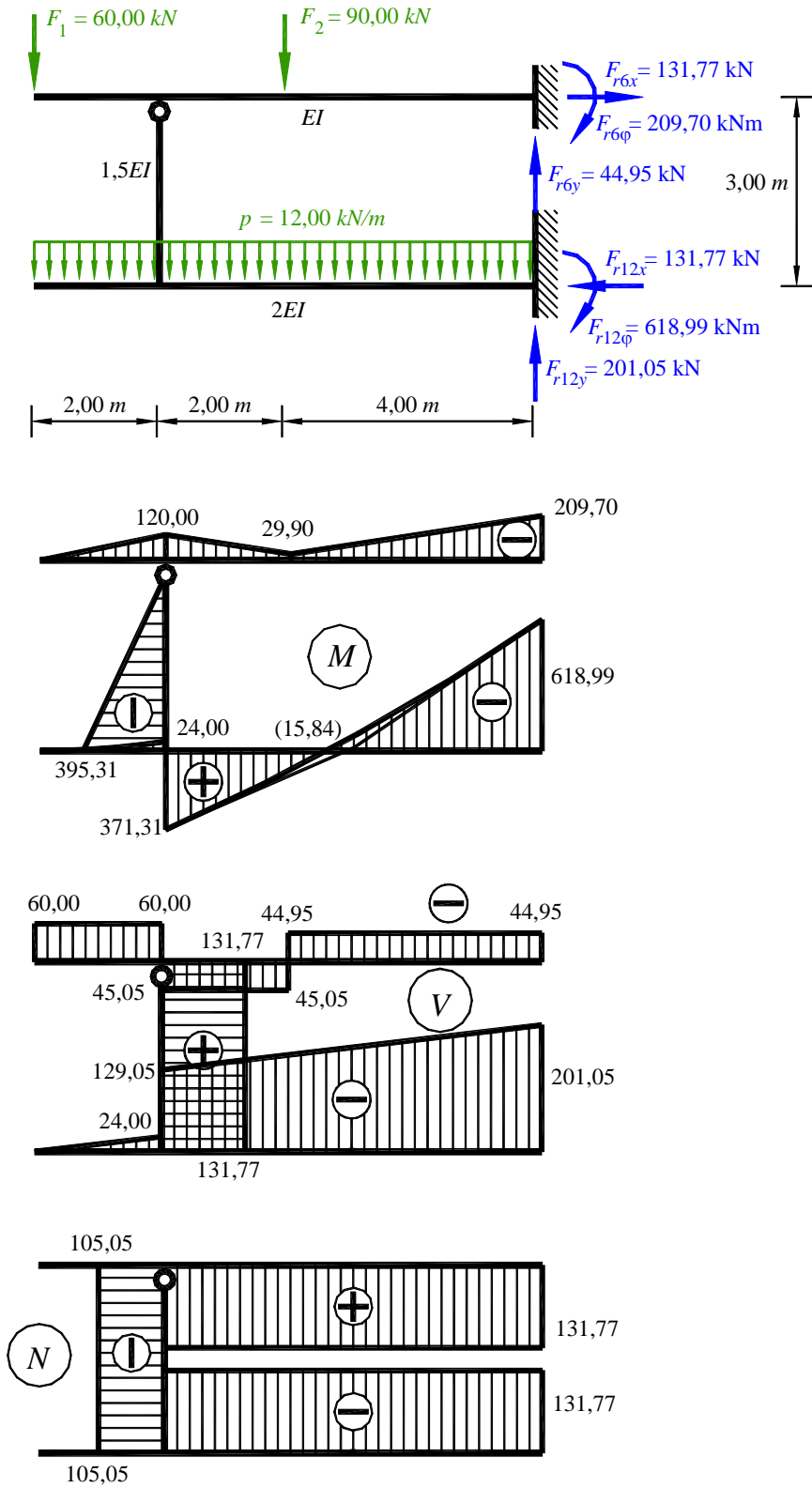
Nubraižome tikrąją lenkimo momentų diagramą nuo esamos apkrovos



Apskaičiuojame fiktyvias reikšmes:

$$M_{fik,9-10} = \frac{0 + (-24,00)}{2} + \frac{12,00 \cdot 2,00^2}{4} = 0; \quad M_{fik,11-12} = \frac{371,31 + (-619,01)}{2} + \frac{12,00 \cdot 6,00^2}{4} = -15,85.$$

ATSAKYMAI



Rėmo lankstas nuo apkrovos pasislinko žemyn per $\frac{2276,01}{EI}$ m.

Lenkimo momentų reikšmės (o tuo pačiu skersinių ir ašinių jėgų reikšmės) apskaičiuotos jėgų metodu ir poslinkių metodu, sutapo!